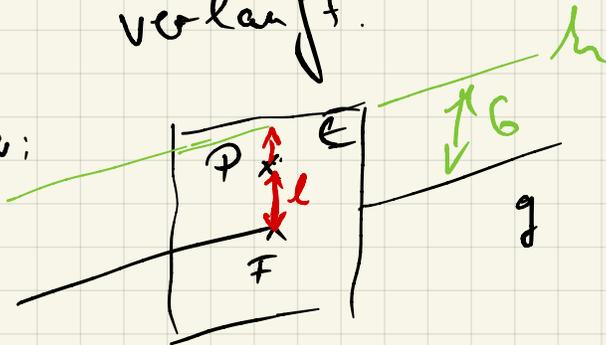



$$4. a) g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}; P(4|4|3)$$

Gesucht: Gerade h , die parallel zu g im Abstand 6 verläuft.

Idee:



Wähle beliebigen Punkt P für eine Hilfs Ebene E :
(Hier gegeben), die nicht auf g liegt:

$$E: \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 18 = 0$$

g eingesetzt in E : $(4+s) + 2 \cdot (1+2s) - 2(3-2s) - 18 = 0$

$$4 + s + 2 + 4s - 6 + 4s - 18 = 0$$

$$9s - 18 = 0$$

$$s = 2$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow F(6|5|-1)$$

$$\vec{FP} = \begin{pmatrix} 4 - 6 \\ 4 - 5 \\ -3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Beachte: $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, weil $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$

$$|\overrightarrow{FP}| = \left| \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + (-2)^2} \\ = \sqrt{9} = 3$$

\Rightarrow Damit liegt der Punkt P im Abstand 3 zur Geraden g.

$$\Rightarrow \overrightarrow{OF} + 2 \cdot \overrightarrow{FP} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \vec{G}$$

G(2|3|-5) liegt damit 6 LE von g entfernt.

Die Gerade k, die parallel zur Geraden g im Abstand 6 verläuft, hat denselben Richtungsvektor wie g und geht durch den Punkt G:

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

b) Identisches Vorgehen wie unter a)

Mit dem Lotfußpunkt F ergibt sich sofort die gesuchte Gerade k:

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$