

**4. Beurteilende Statistik**

**4.1. Testen von Hypothese**

**Testen von Hypothesen:**  
 Zu einem Sachverhalt (z.B. den Anteil schwarzer Kugeln in einer Urne) werden zwei sich ausschließende Hypothesen betrachtet:

- Die Nullhypothese  $H_0$  und die Gegenhypothese  $H_1$ .
- Getestet wird, ob aufgrund des Stichprobenergebnisses  $H_0$  verworfen werden kann oder nicht.
- Dazu wird der Wertebereich der Testgröße in den Ablehnungsbereich (kritischer Bereich)  $K$  und den Annahmebereich  $\bar{K}$  zerlegt.

**Entscheidungsregel:**  
 Liegt der durch die Stichprobe gewonnene Wert der Testgröße in  $K$ , dann wird  $H_0$  verworfen, ansonsten wird  $H_0$  nicht verworfen.

**4.2. Fehler 1. Art und 2. Art**

**Fehler beim Testen von Hypothesen:**

		Zustand der Wirklichkeit	
		$H_0$ ist wahr	$H_0$ ist falsch
Nullhypothese $H_0$ wird	abgelehnt	Fehler 1. Art	Richtige Entscheidung
	nicht abgelehnt	Richtige Entscheidung	Fehler 2. Art

Die Wahrscheinlichkeit  $\alpha'$  für den Fehler 1. Art nennt man auch das Risiko 1. Art, die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art bezeichnet man gewöhnlich mit  $\beta'$ .

Bei festem Stichprobenumfang  $n$  bewirkt eine Verkleinerung von  $\beta'$  durch Vergrößerung des kritischen Bereichs  $K$  zwangsläufig eine Vergrößerung von  $\alpha'$  und umgekehrt. Eine Verringerung beider Fehler ist nur möglich durch Erhöhung des Stichprobenumfangs.

**4.3. Einseitiger Signifikanztest**

**Definition:**  
 Eine vorgegebene Obergrenze für den Fehler 1. Art nennt man Signifikanzniveau  $\alpha$ . Daraus ergibt sich der kritische Bereich und somit die Entscheidungsregel des Tests. Ein so konstruierter Test wird auch als Signifikanztest bezeichnet.

**Vorgehen beim einseitigen Signifikanztest:**

1. Festlegen der Testgröße  $Z$  und des Stichprobenumfangs  $n$ .
2. Mathematische Formulierung der Nullhypothese  $H_0$  und der Gegenhypothese  $H_1$ .
3. Festlegen des Signifikanzniveaus  $\alpha$  gemäß dem in der Sachsituation maximal tolerierten Fehler 1. Art.
4. Bestimmen der Entscheidungsregel, d.h. Konstruktion des kritischen Bereichs  $K$ .

**Linksseitiger Test:**

$H_0 : p = p_0$  oder  $H_0 : p \geq p_0$

$H_1 : p < p_0$

Kritischer Bereich  $K = \{0; 1; \dots; g\}$ ,

wobei  $g$  die größte ganze Zahl ist mit

$\alpha' = P_{p_0}^n (Z \leq g) \leq \alpha$ .

**Rechtsseitiger Test:**

$H_0 : p = p_0$  oder  $H_0 : p \leq p_0$

$H_1 : p > p_0$

Kritischer Bereich  $K = \{g; g + 1; \dots; n\}$ ,

wobei  $g$  die kleinste ganze Zahl ist mit

$\alpha' = P_{p_0}^n (Z \geq g) \leq \alpha$ .